

DIPLOMA SEMESTER EXAMINATION

Course : Common to All Engg. Branches

Code : 992002

Subject : Applied Mathematics - II

Sem./Year : II / I

Time : 2½ Hrs.

M.M. : 100

Note : Attempt 10 questions from section A, 5 questions from section B and 5 questions from section C.

नोट : भाग क से दस प्रश्नों के उत्तर देने हैं, भाग ख से पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं तथा भाग ग से पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

SECTION-A / भाग-क

Note : Attempt any ten questions.

10×2 = 20

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

1. Evaluate $\int 5$.

$\int 5$ का मान बताइये।

2. Equation of x axis is

x अक्ष का समीकरण है।

3. Evaluate : $\int e^{7x+2} dx$

$\int e^{7x+2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. Find mode of the following values : 4, 6, 7, 6, 7, 8, 7

निम्न चरों के बहुलक की गणना करें : 4, 6, 7, 6, 7, 8, 7

5. Eccentricity of a parabola is

परवलय की उत्केन्द्रता होती है।

6. Find the order and degree of the differential equation :

$$x^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 + y^4 = 0$$

अवकल समीकरण $x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y^4 = 0$ का क्रम तथा घात बताइये।

7. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ (True/False) (सत्य / असत्य)
8. Find equation of a circle with centre at origin and radius 'r'.
उस वृत्त का समीकरण ज्ञात करें जिसका केन्द्र मूल बिन्दु है तथा त्रिज्या 'r' है।
9. Write the formula for Spearman's rank correlation coefficient 'r'.
स्पीयरमैन क्रम सहसम्बन्ध गुणांक 'r' का सूत्र लिखिए।
10. Find slope of the straight line $y = 5x + 7$.
सरल रेखा $y = 5x + 7$ की प्रवणता ज्ञात करें।
11. $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$ (True/False) (सत्य / असत्य)
12. If mean and mode of a distribution is 20 and 18 respectively find its median.
यदि किसी वितरण का माध्य 20 तथा बहुलक 18 है, तो मध्यिका ज्ञात करें।

SECTION-B / भाग-ख

Note : Attempt any five questions.

5×6 = 30

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

13. Find equation of a straight line that passes through the point (2, -3) and cuts intercepts of same magnitude and same sign on both the axes.
उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो बिन्दु (2, -3) से होकर जाती है तथा दोनों अक्षों पर समान मापक तथा समान बिन्दु के अंतःखण्ड काटती है।

14. Evaluate / मान ज्ञात करें : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^6 x dx$

15. Check whether the differential equation

$$(x^3 + 3xy^2)dx + (3x^2y + y^3)dy = 0$$

is exact or not. Hence solve the equation.

ज्ञात करें कि अवकल समीकरण $(x^3 + 3xy^2)dx + (3x^2y + y^3)dy = 0$ यथार्थ है अथवा नहीं तथा उक्त समीकरण को हल करें।

16. Find coordinates of focus, equation of directrix and length of latus rectum of the parabola $y^2 = 16x$.

परवलय $y^2 = 16x$ की नाभि के नियतांक, नियता का समीकरण व नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात करें।

17. Prove that / सिद्ध करें : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$

18. Prove that the area enclosed by parabola $y^2 = 4x$ with its latus rectum is $8/3$.

दिखाइये कि परवलय $y^2 = 4x$ का इसकी नाभिलम्ब जीवा से घिरा क्षेत्रफल $8/3$ होगा।

19. Compute mean from the following table :

| | | | | | |
|----------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Class Interval | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
| Frequency | 7 | 8 | 20 | 10 | 5 |

निम्न सारणी से माध्य की गणना कीजिए :

| | | | | | |
|---------|------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
| आवृत्ति | 7 | 8 | 20 | 10 | 5 |

SECTION-C / भाग-ग

Note : Attempt any five questions.

10×5 = 50

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

20. Solve the differential equation :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + x \tan y = x^3$$

अवकल समीकरण $\sec^2 y \frac{dy}{dx} + x \tan y = x^3$ को हल कीजिए।

21. Find equation of a circle that passes through the points (0, 0), (1, 2) and (3, 0).

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (0, 0), (1, 2) तथा (3, 0) से होकर जाता है।

22. Find median of the following values :

| | | | | | | |
|----------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Class Interval | 0-8 | 8-16 | 16-24 | 24-32 | 32-40 | 40-48 |
| Frequency | 11 | 18 | 20 | 26 | 15 | 10 |

निम्न संख्याओं की माध्यिका ज्ञात करें :

| | | | | | | |
|--------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग अन्तराल | 0-8 | 8-16 | 16-24 | 24-32 | 32-40 | 40-48 |
| आवृत्ति | 11 | 18 | 20 | 26 | 15 | 10 |

23. Evaluate / मान ज्ञात करें :

(a) $\int x e^x dx$ (b) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

24. Find the value of $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$ using Trapezoidal rule

समलंबी नियम से $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात करें।

25. Find the centre, eccentricity, foci, vertices and equations of directrices of the ellipse $3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y + 4 = 0$.

दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y + 4 = 0$ का केन्द्र, उत्केन्द्रता, नाभियाँ, शीर्ष तथा नियताओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

26. Find rank correlation coefficient from the following table :

निम्न तालिका से कोटि सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

| | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 78 | 89 | 97 | 69 | 59 | 79 | 68 | 57 |
| y | 125 | 137 | 156 | 112 | 107 | 136 | 123 | 108 |

DIPLOMA SEMESTER EXAM. 2021

Course :
Code : 2002
Subject : Applied Mathematics-II
Year/Sem. : I Year / II Semester

Time : 2 Hrs.

M.M. : 100

Note : Attempt 10 questions from section A, 5 questions from section B and 5 questions from section C.

नोट : भाग क से दस प्रश्नों के उत्तर देने हैं, भाग ख से पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं तथा भाग ग से पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

SECTION-A / भाग क

Note : Attempt any twenty questions. / किन्हीं बीस प्रश्नों के उत्तर दीजिये। 20×2=40

1. If $f(x) = 3x + 2$ then find $f(0)$.
यदि $f(x) = 3x + 2$ है तो $f(0)$ का मान ज्ञात कीजिए।
2. Find $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 + 3x + 1$.
 $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 + 3x + 1$ का मान ज्ञात कीजिए।
3. $\frac{d}{dx} e^{2x+5} = \dots$
4. Value of $\sqrt{\frac{1}{2}}$ is $\sqrt{\pi}$. (True/False)
 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ का मान $\sqrt{\pi}$ होता है। (सत्य/असत्य)
5. For maximum/minimum point of a function $\frac{dy}{dx} = 0$. (True/False)
फलन के उच्चतम/निम्नतम बिन्दु के लिए $\frac{dy}{dx} = 0$ होता है। (सत्य/असत्य)
6. Differential coefficient of $\sin x$ is $(-\cos x)$. (True/False)
 $\sin x$ का अवकल गुणांक $(-\cos x)$ होता है। (सत्य/असत्य)
7. Correlation coeff. always lies between -1 & 0 . (True/False)
सहसंबंध गुणांक का मान सदैव -1 से 0 के मध्य होता है। (सत्य/असत्य)
8. Mode = 3 (median) - 2(mean) (True/False)
बहुलक = 3 (माध्यिका) - 2 (माध्य) होता है। (सत्य/असत्य)
9. Find median of series 3, 2, 5, 4, 6.
श्रेणी 3, 2, 5, 4, 6 की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

10. Write order & degree of differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 - 4\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = 0$.

अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 - 4\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = 0$ का क्रम व घात लिखिए।

11. What is even function & odd function.

समफलन व विषम फलन क्या होते हैं ?

12. Solve $\int \sin 3x \, dx$.

$\int \sin 3x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

13. Calculate mean of the series 5, 4, 2, 6, 8.

श्रेणी 5, 4, 2, 6, 8 का माध्य ज्ञात कीजिए।

14. Differential equation $Mdx + Ndy = 0$ (where M and N are function of x and y) is

exact if $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. (True/False)

अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$, जहाँ M तथा N, x एवं y के फलन हैं, को एक्सैक्ट कहा जाता है। यदि

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ (सत्य/असत्य)

15. Mode of the series 2, 3, 2, 4, 5, 2, 3, 1, 6 is 3. (True/False)

श्रेणी 2, 3, 2, 4, 5, 2, 3, 1, 6 का बहुलक 3 है। (सत्य/असत्य)

16. $\int e^x \, dx = \dots + C$ (Fill in the blank)

17. Integration $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx = \dots$

समाकलन $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx = \dots$

18. Calculate $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ if $f(x) = \tan x$.

यदि $f(x) = \tan x$ हो तो $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ज्ञात कीजिए।

19. $\sqrt{5} = \dots$

$\sqrt{5}$ का मान =

20. Write Simpson $\left(\frac{1}{3}\right)$ Rule.

सिम्पसन $\left(\frac{1}{3}\right)$ नियम लिखिये।

21. Calculate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

22. Formula of Spearman's rank correlation coefficient is $\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$.
(True/False)

स्पियरमैन का कोटि सहसंबंध गुणांक का सूत्र $\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$ होता है। (सत्य/असत्य)

23. $\frac{d}{dx} \tan x = \dots\dots\dots$

24. $\int f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \dots\dots\dots$

25. Calculate Integral coefficient of $\log_e x$.
 $\log_e x$ का समाकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

SECTION-B / भाग ब

Note : Attempt any five questions. / किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

5×8=40

26. Find the derivative of $\sin x$ from first principle.

प्रथम सिद्धान्त से $\sin x$ का अवकलन ज्ञात कीजिए।

27. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$.

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ को हल करें।

28. Find the mean of the following frequency distribution :

निम्न आवृत्ति वितरण का माध्य ज्ञात कीजिए :?

| | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|
| x | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |
| f | 5 | 4 | 5 | 6 | 4 | 6 |

29. Solve $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$.

$\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$ को हल कीजिए।

30. Find mode of following data :

निम्न श्रेणी का बहुलक ज्ञात कीजिए :

| | | | | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| C.I. | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| f | 5 | 15 | 20 | 20 | 32 | 14 | 14 | 5 |

31. (a) If $x = a \cos \theta$ and $y = b \cos \theta$ then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x = a \cos \theta$ and $y = b \cos \theta$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(b) Calculate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx$ by using Gamma function method.

$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx$ को गामा फलन विधि से ज्ञात कीजिए।

32. If $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ then find $f[f(x)]$.

यदि $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ तो $f[f(x)]$ ज्ञात कीजिए।

SECTION-C / भाग ग

Note : Attempt any two questions. / किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

2×5=10

33. Calculate rank correlation coefficient of following :

निम्न तालिका से कोटि सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

| | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 78 | 89 | 97 | 69 | 59 | 79 | 68 | 57 |
| y | 125 | 137 | 156 | 112 | 107 | 136 | 123 | 108 |

34. Find the value of maximum/minimum of $y = x^x$.

फलन $y = x^x$ का महत्तम निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

35. Solve $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ by using Simpson rule (Divide interval (1, 2) into four equal parts).

अन्तराल (1, 2) को चार बराबर भागों में बांटते हुए सिम्पसन के नियम का प्रयोग कर $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ का मान ज्ञात

करें।

36. If $y = (\tan^{-1} x)^2$ then prove that $(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1) y_1 = 2$.

यदि $y = (\tan^{-1} x)^2$ तो सिद्ध कीजिए $(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1) y_1 = 2$.

DIPLOMA SEMESTER EXAMINATION - 2022 (S)

Course : Common to all Branches
Code : 2002
Subject : Applied Mathematics-II
Year/Sem. : I Year/II Sem.

Time : 2½ Hours]

[Max.Marks : 100

Note : Attempt all three sections. Assume English Version Correct, if difference in Hindi Version.

Section -A (भाग - अ)

Note : Attempt any Ten questions. / किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

2×10=20

1. Value of $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = ?$

$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = ?$ का मान बताइये।

2. $\frac{d}{dx} \sin^2 x = ?$

3. Value of $\sqrt{\frac{1}{2}} = ?$

$\sqrt{\frac{1}{2}} = ?$ का मान बताइये।

4. Find the slope of the tangent to the curve $y = 4x^3 + 1$

वक्र $y = 4x^3 + 1$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

5. Find order and degree of the differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} = 0$

अवकलन समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} = 0$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए।

6. If $\frac{dy}{dx} = \log_e x$, then find $\frac{d^2 y}{dx^2}$

यदि $\frac{dy}{dx} = \log_e x$ तो $\frac{d^2 y}{dx^2}$ का मान बताइये।

[Turn Over

7. Integrate : $\int 10x \, dx$

समाकलन कीजिए : $\int 10x \, dx$

8. Write down the formula of Simpson's one third rule.
सिम्पसन के एक तिहाई नियम का सूत्र लिखिए।

9. Integrate : $\int_0^{\pi/4} \cos x \, dx$.

समाकलन कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \cos x \, dx$.

10. Write down relation between mean, median and mode.
माध्य, माध्यिका तथा बहुलक में संबंध बताइये।

11. Median of number 3, 8, 12, 10, 9 is
संख्याओं 3, 8, 12, 10, 9 की माध्यिका है।

12. Limit of Co-efficient of rank correlation is
कोटि सहसंबंध गुणांक की सीमा है।

Section -B (भाग - ब)

Note : Attempt any Five questions. / किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

13. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 7x + 2}{6x^2 + 4x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 7x + 2}{6x^2 + 4x + 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

14. If $y = \sin x^{\cos x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = \sin x^{\cos x}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

15. If $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$

यदि $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

16. If $y = \tan x + \sec x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

यदि $y = \tan x + \sec x$ है तो सिद्ध कीजिए कि - $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

17. Evaluate: $\int (ax + b)^n dx$.

$\int (ax + b)^n$ को हल कीजिए।

18. Find the value of: $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$

$\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

19. Find out mode of the given table.
दी हुई सारणी से बहुलक ज्ञात कीजिए।

| | | | | | |
|--------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Class Interval वर्ग अन्तराल | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
| f (आवृत्ति) | 8 | 12 | 10 | 11 | 9 |

Section - 'C' / खण्ड-स

Note: Attempt any Five questions. / किसी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

10×5=50

20. Prove that minimum value of $\frac{x}{\log_e x}$ is e.

सिद्ध कीजिए कि फलन $\frac{x}{\log_e x}$ का निम्नतम मान e है।

21. If $y = (\sin^{-1} x)^2$, then prove that $(1 - x^2) y_2 - xy_1 = 2$.

यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ है तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2) y_2 - xy_1 = 2$

22. Find out differentiation of $\cos x$ by first principal.
 $\cos x$ का प्रथम सिद्धान्त से अवकलन ज्ञात कीजिए।

[Turn Over

23. Evaluate :

हल कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$

24. Evaluate : $\int x \tan^{-1} x dx$

$\int x \tan^{-1} x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. Solve the differential equation.

निम्न अवकलन समीकरण को हल कीजिए-

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \left(\log \frac{y}{x} + 1 \right)$$

26. Find the Co-efficient of rank correlation from the given table.

दी गयी सारणी से कोटि सह-संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X | 20 | 50 | 28 | 25 | 70 | 90 | 76 | 45 | 30 | 19 | 26 |
| Y | 30 | 60 | 50 | 40 | 85 | 90 | 56 | 82 | 42 | 31 | 49 |
